APLIKÁCIA CAD PRI TVORBE MODELU OZUBENIA PRE VYŠETROVANIE DEFORMÁCIÍ ZUBOV OZUBENÝCH KOLIES

Neupauerová S., Havaldová M.
Katedra konštruovania dopravy a logistiky, Strojnícka fakulta, Technická univerzita v Košiciach, Letná 9, Košice, Slovensko
e- mail: Silvia.Neupauerova@tuke.skT, Magda.Havaldova@tuke.sk

CAD APPLICATION BY THE CREATION OF MODEL OF SPUR GEAR FOR THE TOOTH STRAIN INVESTIGATION

Neupauerová S., Havaldová M.
Department of Design, Transport and Logistics, Faculty of Mechanical Engineering, Technical University of Košice, Letná 9, Košice, Slovakia
e-mail: Silvia.Neupauerova@tuke.sk, Magda.Havaldova@tuke.sk

Abstract

The application and design of products (e.g. spur gears) is nowadays considerably simplified and accelerated by using different design software. Mentioned software enable to make an exact product with required accuracy, witch could in configurations of mechanical drawing because of fabrication or gave application to the case solution by FEM. The FEM method is the most enhanced up-to-date method suitable for strain and stress investigation. It is several programmes for solving the cases by FEM, but the first condition for it is the most accuracy constructing of product. The programme COSMOS/M or ANSYS enable depict the products at its background. But lonely depicting of product (e.g. spur gears) because of complicated form of tooth flank is too difficult and time consuming. This aspect by preferable course is transporting of tooth flank geometry prepared with help by CAD-2D or CAD-3D (AutoCAD, Pro/Engineer, etc.). The article hints a comparison of availability mentioned programmes used to the designing of spur gears. In the both cases the big attention was given at the most precisely construction of involute and smooth fillet parts of the tooth side by basic rack. Forasmuch as in the practise mainly are used the tooth gears with modifiable tooth fashions, depicting of them by CAD-2D is not excessively suitable. This point view by the most suitable method for preparing of spur gears is using programme CAD-3D, in our case programme Pro/Engineer, witch enables by designing of gear to use relations between dimensions. This enables to prepare a dimension various range of spur gears of required accuracy in brief. In the conclusion of paper are showed developments of strains by FEM on specifically case of spur gear by transferring of geometrical data of them from Pro/Engineer in COSMOS/M.

Key words: spur gears, shape of tooth, involute, smooth fillet, basic rack, modification, strain, stiffness, FEM

Abstrakt

Návrh a konštrukciu ozubených kolies nám v dnešnej dobe značne zjednodušujú a urýchľujú rôzne počítačové programy pre konštruovanie. Tieto programy umožňujú presné zhotovenie požadovaného tvaru ozubeného kolesa s požadovanou presnosťou. Takto

namodelované ozubené kolesá môžu potom slúžiť pre výrobu (vo forme výrobných výkresov), alebo pre ďalšie použitie, v našom prípade pre riešenie úloh deformácií a tuhosti ozubenia. V súčasnosti je jednou z najrozšírenejších numerických metód vhodných na vyšetrovanie deformácií a tuhosti ozubených kolies metóda konečných prvkov - MKP. Existuje viacero programov pre riešenie úloh pomocou MKP, ale jednou z podmienok pre spoľahlivé riešenie úloh statickej deformačnej a napäťovej analýzy ozubených súkolesí pomocou tejto metódy je čo najpresnejšie namodelovanie tvaru skúmaného telesa, v našom prípade tvaru zuba ozubeného kolesa. Programy pre riešenie úloh pomocou MKP ako napríklad COSMOS/M, ANSYS umožňujú vykreslenie geometrického modelu ozubeného kolesa priamo v prostredí týchto programov. Samotné zostrojovanie ozubeného kolesa v týchto programoch je vzhľadom na zložitý tvar boku zuba (obyčajne tvoreného evolventnou krivkou) obtiažne a časovo zdĺhavé. Z tohto hľadiska je preto vhodnejší postup prenosu vytvorenej geometrie vyšetrovaného ozubeného kolesa z niektorého CAD systému (ako napríklad AutoCAD, Bentley, ProEngineer, atď.) priamo do prostredia programu COSMOS/M. V programe COSMOS/M sa potom nechá iba prebehnúť analýza deformačného stavu zuba vyšetrovaného ozubeného kolesa.

Zuby ozubených kolies sa pod vplyvom záťaže deformujú. Toto je príčinou mnohých negatívnych ale aj pozitívnych dôsledkov. V oblasti dynamiky ozubených kolies doposiaľ nie sú dostatočne určené deformácie ako aj tuhosť ozubenia. Deformáciu ozubenia je výhodné určiť na rade modelov ozubených kolies pomocou MKP, o čom pojednáva daný príspevok.

Úvod

V oblasti riešenia dynamiky ozubených kolies sa pozornosť autorov sústreďuje na doposiaľ nedostatočne určenú tuhosť a deformáciu zubov jednotlivých druhov ozubených kolies. Vzhľadom k zložitému tvaru zubov je teoretické určenie deformácie a tuhosti obtiažne, ale pomerne ľahko sa dá určiť experimentálne. Tuhosť ozubenia je definovaná ako pomer zaťaženia (pripadajúceho na dĺžku alebo šírku zuba) k deformácii ozubenia. Experimentálne sa tuhosť ozubenia určuje najčastejšie statickým meraním deformácie ozubenia zaťaženého konštantnou silou, alebo seizmickým meraním odchýlok pri pomalom otáčaní [1].

Za účelom spoľahlivého stanovenia hodnôt deformácií a posunutí a následnej tuhosti ozubenia experimentálnou metódou je potrebné veľké množstvo rozmerovo aj tvarovo rôznych ozubených kolies. Problematická je tiež voľba meracej metódy, hlavne z hľadiska veľmi rozdielnej veľkosti rozmerov, umožňujúca dosiahnuť spoľahlivo dobré výsledky pre malé aj veľké hodnoty rozmerov (napr. $m = 1$ až $m = 100$, počty zubov z od 15 po 120 a pod.). Tieto problémy odstraňuje metóda konečných prvkov, pomocou ktorej je možné rovnako spoľahlivo určiť deformácie na rôznych veľkostiach modelov. Z tohto hľadiska prvým krokom úspešného zvládnutia tejto problematiky je čo najpresnejšie namodelovanie tvaru skúmaného objektu, v našom prípade tvaru zubov čelného ozubeného kolesa. Na vyšetrovanie deformácií ozubených kolies sme použili program COSMOS/M.

Program COSMOS/M umožňuje vykreslenie skúmaného objektu pomocou zabudovaných príkazov pre kreslenie. Vykreslenie evolventného čelného ozubeného kolesa v programe COSMOS/M je však veľmi obtiažne a časovo zdĺhavé. Preto sme sa rozhodli pre vytvorenie skúmaných modelov ozubených kolies použiť programy CAD a takto vytvorené modely exportovať do programu COSMOS/M. Pri riešení sme používali AutoCAD a ProEngineer.

Tvorba modelov ozubených kolies

Pri modelovaní čelných ozubených kolies s priamymi zubami vyrobených hrebeňovým nástrojom bez protuberancie sme sa zamerali hlavne na čo najpresnejšie zostrojenie evolventnej a pätnej prechodovej časti boku zuba vytvoreného hrebeňovým nástrojom.

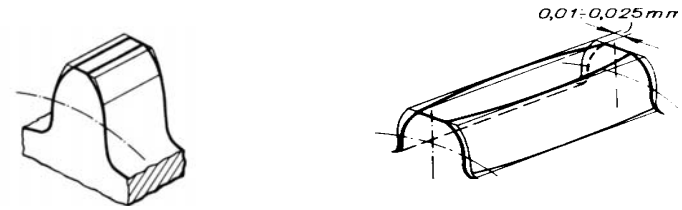
Bočný profil zuba sa skladá z evolventy a prechodovej krivky. Ako aktívna časť boka zuba za chodu ozubeného kolesa smie vystupovať iba evolventná časť boka zuba. Úlohou prechodovej krivky je vytvoriť hladký zaoblený prechod medzi evolventnou časťou ozubenia a pätným valcom.

Pri vykresľovaní evolventnej časti boka zuba bol použitý trochoidný spôsob zostrojenia evolventy. Pri tomto spôsobe evolventu vytvorí bod, pevne spojený s tvoriacou priamkou, ktorá sa odvaľuje po základnej kružnici. Evolventnú časť zuba vytvára priamková časť hrebeňového nástroja v smere od hlavy k päte. Profilová normála (tvoriaca priamka) prechádzajúca okamžitým stredom valenia C je dotyčnicou k základnej kružnici. Priamka záberu, ktorá pre evolventný profil je totožná s profilovou normálou (spoločnou normálou dvoch dotýkajúcich sa zubov v ich bodoch dotyku), teda prechádza pritom vždy okamžitým stredom valenia C. Výrobný uhol záberu α je rovný uhlu profilu nástroja α. Pätná prechodová časť boku zuba vyrobeného hrebeňovým nástrojom so zaoblenou hlavou vzniká ako obálka zaoblení hlavy nástroja, pričom zaoblená časť nástroja obaľuje prechodovú krivku od pätnej kružnice smerom k hlave. Polomer krivosti prechodovej krivky v jednotlivých jej bodoch je premenlivý.

Spojením evolventnej a prechodovej časti boku zubu sme zostrojili jeden bok zuba. Na zostrojenie jedného úplného boku zuba sme potrebovali ďalšie údaje, ako sú rozmery hlavového a pätného valca, ktoré nám zub ohraničia výškovo a tiež hodnotu šírky zubov na niektorom polomere (napríklad na rozstupovom polomere), prípadne odpovedajúcu veľkosť tetivy. Ďalší postup zostrojenia celého ozubeného kolesa (alebo jeho časti) použitím príslušného programu AutoCAD sme docielili použitím jednoduchých príkazov pre polárne pole zadaním potrebného počtu zubov. V programe AutoCAD sa pomerne ľahko a presne dal zostrojiť potrebný rovinný prierez tvaru evolventného zuba pre zvolené parametre počtu zubov kolesa ***z*** a hodnotu modulu ozubenia ***m***. Nevýhodou tohto spôsobu zostrojenia modelu ozubeného kolesa bola skutočnosť, že vytvorený evolventný tvar boka zuba platí len pre jeden zvolený počet zubov kolesa ***z*** a jednu hodnotu modulu ***m***.

Na základe týchto skutočností sme dospeli k názoru, že by bolo vhodné tieto ozubené kolesá zostrojovať pomocou programu, ktorý by umožňoval modelovať tvar telesa v určitej závislosti na parametroch ozubenia, teda skúsiť ozubené kolesa modelovať parametricky. Pre riešenie takto postavenej úlohy sa nám javil najvýhodnejší program Pro/Engineer.. Použitý program nám dokonca umožnil zostrojiť tvar boku zuba ozubeného kolesa tvoreného evolventnou krivkou pomocou *matematických rovníc*. V danom programe sme zostrojili obecný tvar ozubeného kolesa použitím vhodných relácií medzi základnými veličinami kolesa. Z obecného modelu sme potom jednoduchou úpravou ako zmenou parametrov v reláciách a následnou regeneráciou modelu docielili koleso s rozličnými parametrami ozubenia (počet zubov ***z***, modul ***m*** a iné). Použitím tohoto programu sme dosiahli možnosť zostrojenia širokej škály potrebných ozubených kolies prijateľnej presnosti za kratší časový úsek. Ďalšou nie menej závažnou výhodou použitia daného programu bola možnosť pomerne jednoduchej modifikácie už hotového ozubenia.

Modifikácia ozubenia je úmyselne vytvorená odchýlka od teoretického tvaru boku zubu. Účel modifikácie je kompenzovať vplyv nepriaznivých faktorov na činnosť ozubeného súkolesia, ako je deformácia zubov, telies, ozubených kolies, hriadeľov, uloženia a pod. následkom ich zaťaženia, nepresnosť výroby, nepresnosť montáže, tepelné deformácie ozubenia spôsobené rozdielnymi teplotami jednotlivých kolies a nerovnomernosťou teploty po šírke zuba, deformácie kolies od tepelného spracovania a pod. Modifikáciu (Fig.1) rozlišujeme výškovú a pozdĺžnu. Pri *výškovej* sa kompenzujú dôsledky deformácie zubu, nepresnosť profilu a rozstupu za účelom zníženia rázov v zábere ozubenia. Pri *pozdĺžnej* (súdkovitej) sa vylepšuje nerovnomernosť záberu zubu po dĺžke zuba.



a – the barrel-shaped b – the tip-relieved

Fig.1 The tooth shape modification

Záberové pomery ozubeného súkolesia

Nutným predpokladom riešenia deformácie ozubenia, ako aj určenia počítačového modelu je podrobná znalosť záberových a silových pomerov ozubenia. Zamerajme sa na riešenie čelných ozubených kolies s priamymi zubami a teda aj popis záberových pomerov v čelnej rovine a na vyšetrenie takzvaných striedaných bodov záberu.

Sledujme záber jedného páru zubov (na Fig.2a označených na hlave ryskami) v čelnej rovine pri vyznačenom smere otáčania.

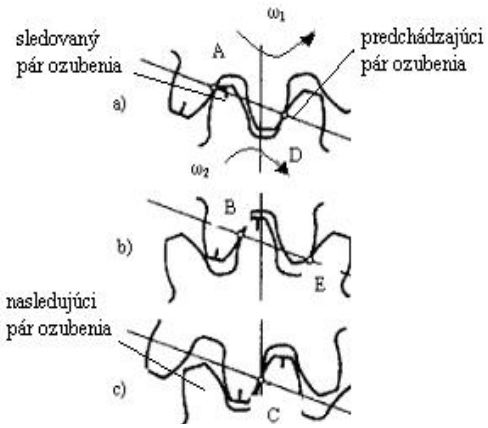


Fig.2 Mesh proportion

V polohe kolies uvedenej na Fig.2a v bode *A* začína na záberovej priamke τ hlava zubu ozubeného kolesa *2* zaberať s odpovedajúcim bodom päty zubu ozubeného kolesa *1*. V danom

okamihu zaberá na záberovej priamke τ v bode D ešte predchádzajúci pár zubov, v tomto prípade nastáva *dvojpárový záber*.

V polohe kolies uvedenej na Fig.2b je znázornený okamih záberu, kedy predchádzajúci pár zubov v bode E na záberovej priamke τ končí svoj záber a sledovaný pár zubov sa nachádza v bode B, dvojpárový záber končí. V polohe uvedenej na Fig.2c je záber sledovaného páru zubov vo valivom bode C, ide o jednopárový záber.

Tieto záberové pomery platia len pre teoretický tvar ozubenia. U skutočného ozubenia sú záberové pomery naviac ovplyvnené zrazením hrán na hlavách zubov, modifikáciou ozubenia a deformáciou zubov pod vplyvom zaťaženia. [1]

Pretože u bežného ozubeného súkolesia vplyvom striedania sa dvojpárového záberu s jednopárovým je súčiniteľ záberu $\varepsilon_\alpha > 1$, normálová sila Ftb pôsobiaca na zub sa počas záberu mení v závislosti na počte spoluzaberajúcich párov zubov. U ideálneho ozubenia je priebeh normálových stykových síl, ak súčiniteľ záberu je v rozmedzí $1 < \varepsilon_\alpha < 2$, znázornený na Fig.3. Takéto rozdelenie sily pôsobiacej na zub bolo použité pri riešení deformácie ozubenia pomocou MKP.

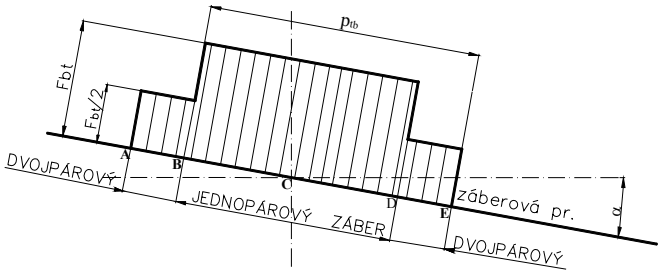


Fig.3 The load force process

Aplikácia modelov ozubeného kolesa pre riešenie úlohy pomocou MKP

Geometria ozubenia vytvorená v programe CAD bola prenesená do programu COSMOS/M za účelom ďalšieho vyšetrovania deformácie pomocou MKP. Úloha bola riešená na priestorovom modeli tvorenom telesovými prvkami typu SOLID. Fyzikálne a mechanické vlastnosti ozubeného kolesa boli zohľadnené zadaním materiálových vlastností. Pretože deformácie od zavedeného zaťaženia sa prejavujú pomerne v blízkom okolí zaťažovaného miesta, na vyšetrenie deformácií zubov nie je potrebné vyšetrovať teleso kolesa ako celok. Z tohto hľadiska z ozubeného kolesa sme použili len jeho časť (Fig.4). Odstránená časť ozubeného kolesa ako aj väzby nahradzujúce jeho uloženie sú vyjadrené okrajovými podmienkami. Zaťaženie vyjadrujúce účinok spoluzaberajúceho kolesa bol vyjadrený zavedením príslušných síl do vyšetrovaných bodov.

Ako príklad riešenia tejto úlohy je v ďalšom uvedené skúmanie deformácie ozubenia počas trvania záberu na ozubení, kde počet zubov kolies $z_{1,2}=19$, modul $m=1mm$, šírka ozubenia $b_{1,2}=20mm$, veľkosť zaťažujúcej sily $F_{tb}=1000N$, pri rozdelení zaťaženia podľa Fig.3. Bol zvolený postup, pri ktorom sa skúmala deformácia zubov jednotlivých spoluzaberajúcich kolies samostatne. Silový účinok spoluzaberajúceho zuba bol nahradený normálovou silou F_{tb} pôsobiacou v záberovej priamke. Deformácia zubov skúmaných ozubených kolies bola určovaná v niekoľkých polohách odpovedajúcich postupnému pootáčaniu ozubených kolies počas trvania záberu na záberovej priamke od bodu A až po bod E. Na úsekoch záberovej priamky AB a DE bola určená deformácia zubov pri dvojpárovom zábere, na úseku BD pri jednopárovom zábere,

pri súčasnom uvažovaní rozdelenia zaťažujúcej sily podľa Fig.3. V prípade dvojpárového záberu je uvažované rovnomerné rozloženie zaťažujúcej sily na dva zuby, v prípade jednopárového záberu celú silu prenáša jeden zub.

Výsledok deformačnej analýzy skúmaného ozubeného kolesa zobrazený na Fig. 4 je riešený pomocou MKP v programe COSMOS/M pri uvažovaní s dvojpárovým záberom. V tomto prípade sledovaný zub práve vstupuje do záberu v bode *A* (Fig.2a) a zároveň je v zábere aj predchádzajúci zub (v bode *D*). Účinok zaťažujúcej sily F_{tb}, ktorá sa v tomto prípade delí na obidva zuby rovnako, pričom pôsobí v smere záberovej priamky, je zavedený v odpovedajúcich bodoch *A* a *D*.

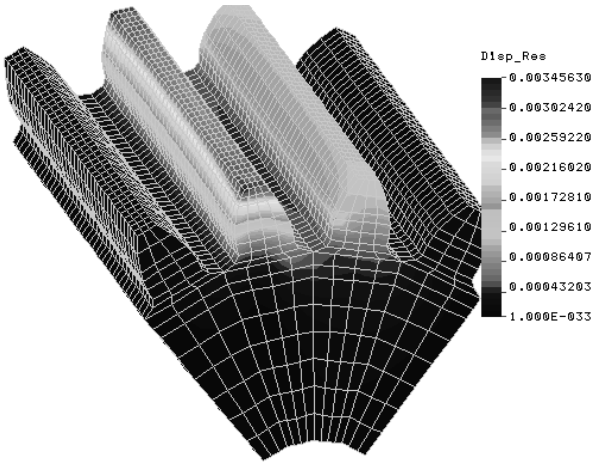


Fig.4 Deformation of tooth of spur gear, if tooth number *z=19*, module *m=1mm*, gear width *b=20mm*, in *A* and *D*

Analýza výsledkov

Týmto spôsobom boli určené hodnoty deformácií ozubenia osobitne na hnacom a hnanom ozubenom kolese. Výsledný priebeh deformácie sledovaného zuba na hnacom aj na hnanom kolese, ako aj výsledná deformácia sledovaného páru ozubenia je spracovaná graficky na Fig.5.

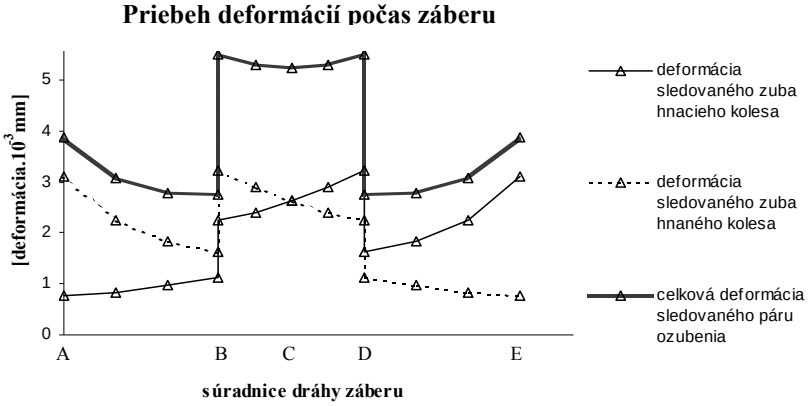


Fig.5 Behaviour of total strain after of length mesh, if tooth number $z_{1,2}$=19, module m=1mm, gear width $b_{1,2}$=20mm, and load collocation by Fig.3

Deformácia páru zubov bola určená ako súčet deformácií spoluzaberajúcich zubov. Z Fig.5 vyplýva, že deformácia jednotlivých zubov, ako aj párov spoluzaberajúcich kolies sa počas záberu po dĺžke záberovej priamky mení. Deformácie zuba nadobúda maximálnu hodnotu pri vstupe zuba do záberu, keď sila pôsobí na špičku zuba a minimálnu, ak zub zo záberu vychádza a zaťažujúca sila pôsobí pri päte zuba. Deformácia páru spoluzaberajúcich zubov nadobúda minimálnu hodnotu pri dvojpárovom zábere v koncových bodoch osamelého záberu B a D, a maximálnu hodnotu taktiež v koncových bodoch osamelého záberu, ale pri jednopárom zábere. V týchto bodoch osamelého záberu dochádza ku skokovej zmene deformácie zubov, a to vplyvom vstupu ďalšieho páru ozubenia do záberu.
Na Fig.6 sú zobrazené výsledné priebehy jednotlivých párov ozubenia v polohe, keď sledovaný pár ozubenia je súčasne v zábere s predchádzajúcim párom ozubenia, pričom sledovaný pár ozubenia začína vstupovať do záberu. Po výstupe predchádzajúceho páru ozubenia zo záberu vstupuje do záberu nasledovný pár ozubenia. Tento bude súčasne v zábere so sledovaným párom ozubenia, až dokiaľ sledovaný pár ukončí svoj záber. Deformácia predchádzajúceho, sledovaného a nasledujúceho páru ozubenia má podobný priebeh, ale posunutý o periódu rovnú čelnému základnému rozstupu p_{tb}. Napríklad, na obr. 6 v bode záberu *A* sledovaný pár vstupuje do záberu. O periódu rovnú hodnote p_{tb} v čase, keď sledovaný pár bude v záberovom bode *D*, nasledujúci pár začne vstupovať do záberu. Z toho vyplýva, že celková deformácia ozubenia sa po dráhe záberu periodicky mení s periódou rovnou základnému čelnému rozstupu.

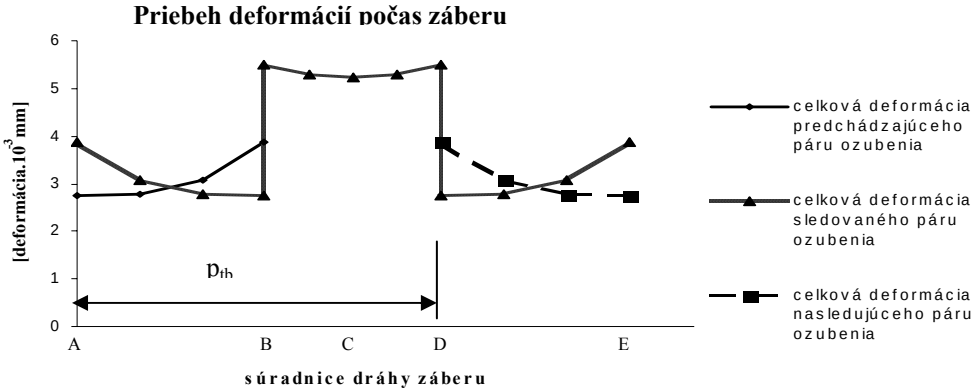


Fig.6 Behaviour of total strain after of length mesh, if tooth number $z_{1,2}$=19, module m=1mm, gear width $b_{1,2}$=20mm, and load collocation by Fig.3

Záver

Riešením daného problému sme zistili vhodnosť použitia modelu ozubeného kolesa v programe umožňujúcom parametrické popísanie pre jeho pre rýchle a presné zostrojenie a prenesenie do programu COSMOS/M za účelom jeho deformačného vyšetrovania. Príklad praktického použitia vytvorených modelov ozubených kolies použitých pri riešení deformačnej analýzy pomocou MKP je uvedený na Fig.4. Postupným pootáčaním kolesa a súčasným zaťažovaním v príslušnom bode záberu získali sme priebehy deformácií vo vybraných bodoch záberu. Z priebehu deformácie jednotlivých párov zubov je zrejmé, že táto sa mení po dráhe záberu. Veľkosť a priebeh deformácie sa mení v závislosti na počte párov v zábere skokovite (Fig.5 a Fig.6), pričom samotný priebeh deformácie nie je lineárny. V reálnom súkolesí vplyvom deformácií ozubenia, prípadne aj s odchýlkami od geometrického tvaru pohyb jednotlivých kolies nie je celkom rovnomerný.

Literatúra

[1] Šalamoun, Č., Suchý, M.: Čelní a šroubová soukolí s evolventním ozubením SNTL Praha 1990
[2] Gogu,G.: Computer aided teaching system for the simulation of involute gears generation. SNTL, Praha 1990
[3] Boháček, F.: Části a mechanismy strojů III. Edičné stredisko VUT, Brno 1987
[4] Bolek, A.: Části strojů II. Převody a převodová ústrojí. ČSAV, Praha 1963
[5] Ritók, Z. a kol.: Teória spoľahlivosti mechanických prevodov na základe ich charakteristík a experimentálnych štatistík. VŠT-KČSaM, Košice 1990
[6] Stotts, M.F.: Design of machine elements. Third edition, New Delhi 1965
[7] Ivančo, V., Kubín, K., Kostolný, K.: Program COSMOS/M. elfa, Košice 2000